Hessen-2010-Stochastik-C2-LK

1. Es wird erwartet, dass in der Stichprobe mit 150 Sportlern genau 10%*150=18 Sportler positiv auffallen. Es handelt sich um ein Bernoulli-Experiment mit der Wahrscheinlichkeit $P_{n=150}(X=18)=\binom{150}{18}\cdot 0{,}12^{18}\cdot 0{,}88^{132}=0{,}0998$ und mit der Binomialapproximation $\Phi\left(\frac{0{,}5}{4{,}2426}\right)-\Phi\left(\frac{0{,}5}{4{,}2426}\right)$=0,5430-4532=0,0898

2. P(D+:gedopt)=0,12
   P(D-:nicht gedopt)=0,88
   P(T+:positiv)
   P(T-:negativ)
   P(T+|D+)=0,99
   P(T-|D-))=0,97

   2.1. P(T+)= P(T+|D+)*P(D+)+ P(T+|D-)*P(D-)=0,99*0,12+0,03*0,88=0,1452➔ 0,1452*150=21,78. Also sind 22 Sportler gedopt

   2.2. $P(D-|T+)=\frac{P(T+|D-)\cdot P(D-)}{P(T+)}=\frac{0.03\cdot 0.88}{0.1452}\approx 0{,}1818$

3.1. Es gibt nur das Ereignis „Gruppentest negativ“ , dann gibt es nur einen Test mit $P(E)=P(X=1)=0{,}88^n$ P(X=1)=$0{,}88^n$ oder das Gegenereignis „Gruppentest positiv“ , dann gibt es zusätzlich n Einzeltests , also $P(\overline{E})=P(X=1+n)=1-0{,}88^n$

3.2. Zu berechnen ist der Erwartungswert
$E(X)=1\cdot 0{,}88^n+(1+n)(1-0{,}88^n)=1\cdot 0{,}88^n+1+n-0{,}88^n-n\cdot 0{,}88^n=1+n-n\cdot 0{,}88^n$

3.3. $E(n)=\frac{1}{n}\left(1+n-n\cdot 0{,}88^n\right)=1+\frac{1}{n}-0{,}88^n$ ist der Erwartungswert pro Person, also die Anzahl der Tests pro Person. Das Minimum der Funktion befindet sich etwa bei n=3,5. Eine Gruppengröße von 3 oder 4 Personen wäre also optimal